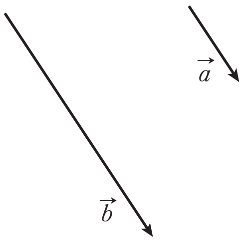
# PART2 ベクトルの成分と平行・分解

## 要点 ① ベクトルの成分と平行

2 つのベクトル $\vec{a}=(1,\ -2)$，$\vec{b}=(3,\ x)$ が平行になるように，$x$ の値を定める。

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき

$\vec{a} /\!/ \vec{b} \iff \vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 $k$ が存在する




であるから

　　　　$=$

$(3,\ x)=(k,\ -2k)$

よって，　　　，　　　　　より　$k=3$，$x=-6$

## 要点 ② ベクトルの成分と分解

2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないとする。

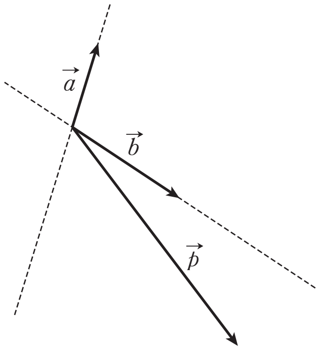
このとき，任意のベクトル $\vec{p}$ は，実数 $s$，$t$ を用いて

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$

の形で，ただ 1 通りに表すことができる。

これを用いて，$\vec{p}=(8,\ -10)$ を，$\vec{a}=(2,\ 4)$，$\vec{b}=(5,\ -3)$ を用いて，$s\vec{a}+t\vec{b}$ の形で表す。

$s\vec{a}+t\vec{b}=s(2,\ 4)+t(5,\ -3)=($　　　，　　　$)$




であるから，$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とすると

$(8,\ -10)=(2s+5t,\ 4s-3t)$

よって，

$8=2s+5t$，$-10=4s-3t$　より　$s=-1$，$t=2$

したがって　$\vec{p}=-\vec{a}+2\vec{b}$

**[MEMO]**

**2** (1) 2 つのベクトル $\vec{a}=(x,\ 2)$，$\vec{b}=(5,\ -4)$ が平行になるように，$x$ の値を定めよ。

(2) $\vec{a}=(-2,\ 3)$，$\vec{b}=(1,\ -2)$ のとき，$\vec{p}=(-5,\ 6)$ を $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形で表せ。

# Point Pickup

**ベクトルの平行**

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{p}\neq\vec{0}$のとき

$\vec{a}\parallel\vec{p} \iff \vec{p}=k\vec{a}$ となる実数 $k$ が存在する

**ベクトルの分解**

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないとき($\vec{a}$ と $\vec{b}$ が 1 次独立であるとき)，

任意のベクトル $\vec{p}$ は，実数 $s$，$t$ を用いて

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$$

の形で，ただ 1 通りに表すことができる。

# 第 2 講　PART2 確認問題

**1** 2つのベクトル $\vec{a}=(x,\ 3)$，$\vec{b}=(2,\ -9)$ が平行になるように，$x$ の値を定めよ。

$$x=\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

**2** $\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$ のとき，$\vec{p}=(4,\ 3)$ を $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形で表せ。

$$\vec{p}=\boxed{\text{エ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{オ}}\,\vec{b}$$

# PART2 ベクトルの成分と平行・分解

**2** (1) 2つのベクトル $\vec{a}=(x,\ 2)$, $\vec{b}=(5,\ -4)$ が平行になるように，$x$ の値を定めよ。

(2) $\vec{a}=(-2,\ 3)$, $\vec{b}=(1,\ -2)$ のとき，$\vec{p}=(-5,\ 6)$ を $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形で表せ。

**[解答]**

(1) $\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ であるから, $\vec{a}\parallel\vec{b}$ となるのは, $\vec{a}=k\vec{b}$ となる実数 $k$ が存在するときである。

$(x,\ 2)=k(5,\ -4)$　より　$(x,\ 2)=(5k,\ -4k)$

よって，$x=5k$，$2=-4k$　より　$k=-\dfrac{1}{2}$，$x=-\dfrac{5}{2}$

(2) $s\vec{a}+t\vec{b}=s(-2,\ 3)+t(1,\ -2)=(-2s+t,\ 3s-2t)$

であるから，$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とすると

$$(-5,\ 6)=(-2s+t,\ 3s-2t)$$

よって，$-5=-2s+t$，$6=3s-2t$　より　$s=4$，$t=3$

したがって　$\vec{p}=4\vec{a}+3\vec{b}$

# 第 2 講　PART2 確認問題 解答

**1** **[正解]** アイ：$-2$，ウ：$3$

**[解説]**

$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$であるから，$\vec{a} /\!/ \vec{b}$となるのは，

$\vec{a} = k\vec{b}$ となる実数 $k$ が存在するときである。[A]

$(x,\ 3) = k(2,\ -9)$ より

$$(x,\ 3) = (2k,\ -9k)$$

よって，$x = 2k$，$3 = -9k$ より

$$k = -\frac{1}{3},\quad \boldsymbol{x = -\frac{2}{3}}$$

[A]　ベクトルの平行
$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{p} \neq \vec{0}$ のとき
$\vec{a} /\!/ \vec{p} \iff \vec{p} = k\vec{a}$ となる実数 $k$ が存在する

**2** **[正解]** エ：$3$，オ：$2$

**[解説]**

$$s\vec{a} + t\vec{b} = s(2,\ -1) + t(-1,\ 3)$$
$$= (2s - t,\ -s + 3t)$$

であるから，$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とすると [B]

$$(4,\ 3) = (2s - t,\ -s + 3t)$$

よって，$4 = 2s - t$，$3 = -s + 3t$　より

$$s = 3,\ t = 2$$

したがって

$$\boldsymbol{\vec{p} = 3\vec{a} + 2\vec{b}}$$

[B]　ベクトルの分解
$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$ かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないとき，任意のベクトル $\vec{p}$ は，実数 $s$，$t$ を用いて
$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$
の形で，ただ1通りに表すことができる。